

TRABAJO PARA VERANO 1º BACHILLERATO CIENCIAS

TEMA 1: NÚMEROS REALES

1. Dada la expresión: $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\left|x - \frac{1}{2}\right|$.

a) Desarróllala de forma que no aparezcan valores absolutos.

b) Calcula su valor para $x=2$, $x=-3$ y $x=\frac{1}{2}$.

2. Simplifica y racionaliza si es necesario:

a) $\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot (\sqrt{a^3})^3}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^3}} =$

c) $\frac{\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{4 \cdot \sqrt{2}}}}{(\sqrt[8]{2})^2} =$

e) $\sqrt{147} - 2 \cdot \sqrt[3]{81}$

b) $\frac{5}{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})} =$

d) $\frac{(\sqrt[3]{a^2})^4 \cdot (a^2 \sqrt{a})^3}{\sqrt[6]{a^5}} =$

3. Calcula el valor de x en cada una de las siguientes expresiones.

a) $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sqrt{32} = x$

b) $\log_x \sqrt[3]{81} = -2$

c) $\log_{\frac{1}{3}} x = -5$

4. Aproximando $\log 2 = 0,301$ y $\log 3 = 0,477$, calcula el valor de:

b) $\log 20$

b) $\log 0,036$

c) $\log_6 48$

TEMA 2: ALGEBRA

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$6x^3 + x^2 - 26x - 21 = 0$$

$$7^x = 39$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3x+1} = -1$$

$$\log_{\sqrt{2}}(x) = 4$$

$$5^x = 10$$

$$\log_3(x) + \log_5(x) = 1 + \log_4(x)$$

$$2\log(x) = 10$$

$$\log(x^3) = \log(6) + 2\log(x)$$

$$2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$$

$$\frac{9}{3x-5} - \frac{2}{2x-5} = \frac{2}{x-1}$$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 - 2y^2 = 1 \\ 2xy = 12 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 3y + z = 4 \\ 2x - y - 3z = 2 \\ -3x + 2y + 5z = 0 \end{cases}$$

3. Resuelve las siguientes inecuaciones racionales.

$$\text{a) } \frac{x+1}{x-2} > 0$$

$$\text{d) } \frac{x^2 - 4}{x - 4} \geq 0$$

$$\text{b) } \frac{x-4}{3-x} \leq 0$$

$$\text{e) } \frac{3x - x^2}{x^2 - 5} > 0$$

$$\text{c) } \frac{3x-4}{2-5x} \leq 0$$

$$\text{f) } \frac{4x^2 - 9}{x^2 - 3x + 2} \leq 0$$

TEMA 3: TRIGONOMETRÍA

1. Sabiendo que $\sec 273^\circ = h$ calcula, en función de h , $\sen 267^\circ$.
2. Calcula todas las razones trigonométricas de α sabiendo que verifica las dos siguientes condiciones:

$$\text{i. } \frac{3\pi}{2} \leq \alpha \leq 2\pi$$

$$\text{ii. } \cotg \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

3. Sabiendo que $\sen \alpha = 0,75$ y $\cos \beta = -0,25$ y que α y β son dos ángulos del segundo cuadrante, calcula:

$$\text{a) } \sen(\alpha + \beta)$$

$$\text{b) } \cos(\alpha + 2\beta)$$

$$\text{c) } \tg(\alpha - \beta)$$

4. Si α es un ángulo del segundo cuadrante y $\cotg \alpha = -10$, calcula:

$$\text{a) } \sen\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\text{b) } \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

5. Demuestra la identidad trigonométrica $\frac{\tg x - \sen x}{\sen^3 x} = \frac{1}{\cos x + \cos^2 x}$.

6. Resuelve las ecuaciones trigonométricas:

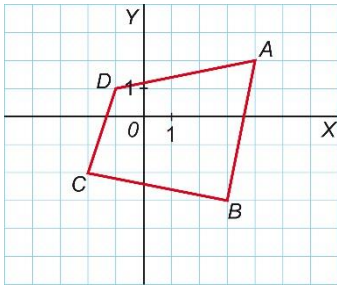
$$\text{a) } 2 \sen(2x + 45^\circ) = -\sqrt{2}$$

$$\text{b) } \cos 2x = \frac{3}{4} - 5 \cos^2 x$$

TEMA 4: VECTORES

1. Halla las coordenadas del vector $\vec{u} = (-4, -11)$ respecto de la base $B = \{\vec{v} = (2, 1), \vec{w} = (1, -4)\}$. Para ello expresa \vec{u} como combinación lineal de \vec{v} y \vec{w}

2. Se considera el cuadrilátero de la figura:

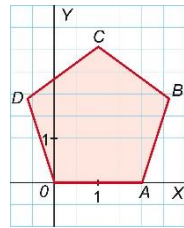


- Calcula las coordenadas del vector $2\overline{AB} - 3\overline{CD}$.
- Calcula el perímetro.
- Calcula $\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{CB} \cdot \overline{DA}$.

3. Dado el triángulo de vértices $A(5,-1)$, $B(2,2)$ y $C(-1,3)$, clasifícalo según sus lados y sus ángulos.

- Calcula un vector paralelo a $\vec{u} = (5, 1)$ y de módulo $\sqrt{13}$ unidades de longitud.
- Calcula un vector perpendicular a $\vec{u} = (5, 1)$ y de módulo $\sqrt{26}$ unidades de longitud.

5. Los puntos O, A, B, C y D de la figura determinan un pentágono regular. Calcula el valor de los productos escalares: $\overline{OA} \cdot \overline{OD}$ y $\overline{OA} \cdot \overline{CB}$.



TEMA 5: GEOMETRÍA ANALÍTICA

1. Calcula las ecuaciones paramétricas y la ecuación general de la recta en los siguientes casos:

- r pasa por el punto $A(-2,4)$ y tiene como dirección la del vector $\vec{u} = (3,-1)$.
- Pasa por los puntos $A(2,-3)$ y $B(4,5)$.
- Pasa por el punto $A(-1,2)$ y su pendiente vale $m = -\frac{1}{2}$.
- Pasa por el punto $A(-3,4)$ y es paralela a la recta de ecuación $-3x + 2y - 5 = 0$.

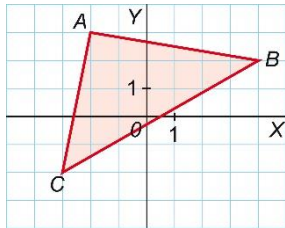
2. Comprueba si las siguientes rectas son secantes, paralelas o coincidentes. En el caso de que sean secantes, calcula el correspondiente punto de corte.

- $$\begin{cases} 2x + 3y - 1 = 0 \\ -7x - \frac{21y}{2} + 26 = 0 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} -2x + 4y - 12 = 0 \\ 3x - 6y + 18 = 0 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x + 2y - 3 = 0 \\ -2x + 4y - 6 = 0 \end{cases}$$

3. Dado el cuadrilátero de vértices $A(-3,1)$, $B(-4,-2)$, $C(2,1)$ y $D(1,3)$:

- Demuestra que se trata de un trapecio.

- b) Demuestra que el trapecio es rectángulo.
 c) Comprueba que la recta que une los puntos medios de los lados no paralelos es paralela a las bases del trapecio.
 d) Calcula los ángulos del trapecio y su área.
4. a) Halla la ecuación de la recta paralela a $2x + y - 3 = 0$ y que pasa por el punto de intersección de las rectas $3x - 2y + 10 = 0$ y $4x + 3y - 7 = 0$.
 b) Calcula los valores de k para que la recta $(k^2 - 1)x + (k + 1)y - 2 = 0$ y de módulo $\sqrt{26}$ sea paralela a la hallada en el apartado anterior.
5. **Calcula la medida de los lados y de los ángulos del triángulo de la figura:**



6. **Calcula las coordenadas de los vértices y el área del triángulo cuyos lados están sobre las rectas:**
 $r : x + 2y - 4 = 0$, $s : 2x - 3y - 1 = 0$, $t : 4x + y + 5 = 0$

TEMA 7: NÚMEROS COMPLEJOS

1. **Representa gráficamente los siguientes números complejos, obtén sus módulos y, a la vista del dibujo y sin utilizar la calculadora, escribe sus argumentos.**
- a) $z_1 = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$ b) $z_2 = -2 + 2\sqrt{3}i$ c) $z_3 = -3 - 3\sqrt{3}i$
 d) $z_4 = 2\sqrt{3} - 2i$
2. **Escribe en forma binómica los siguientes números complejos.**
- a) $z_2 = \frac{3+i}{2-i} + \frac{2-i}{3+i}$ b) $z_3 = \frac{1}{(1+2i)(1-3i)}$
 c) $z_4 = (2+i)^4 - (2-i)^4$ d) $z_4 = \left[\frac{(1+i)^2}{(1-i)^2} \right]^3$
3. a) **Calcula $(1+i)^{2014}$ dando el resultado en forma binómica.**
 b) **Obtén las raíces sextas de $z_1 = 32 + 32\sqrt{3}i$ en forma polar.**
4. **Encuentra todos los números complejos z (en forma binómica) que son solución de las siguientes ecuaciones.**
- a) $(2z+3)(iz+5) = 0$ b) $\frac{z}{z-2i} = 1+i$
 c) $2z + \bar{z} = 1$

5. El punto $A(2, 2\sqrt{3})$ es uno de los vértices de un dodecágono regular inscrito en una circunferencia centrada en el origen. Calcula los vértices adyacentes.
6. Para la ecuación $z^4 - 8z^3 + 26z^2 - 8z + 25 = 0$:
- Comprueba que el número complejo $z_1 = i$ verifica la solución.
 - Encuentra todas las soluciones de la ecuación.

TEMA 8: FUNCIONES, LÍMITES Y CONTINUIDAD.

1. Calcula los dominios de las siguientes funciones:

$$f(x) = x^3 - x - 8$$

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$f(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$$

$$f(x) = 5^{x-2}$$

$$f(x) = \frac{\log(x+7)}{x}$$

$$f(x) = \sqrt{-2x^2 + 5x - 3}$$

$$f(x) = 5^{\sqrt{1-x}}$$

$$f(x) = \log\left(\frac{x+7}{x}\right)$$

$$f(x) = \log(x^2 - 3)$$

$$f(x) = \sqrt{4 - 2x}$$

2. Calcula las asíntotas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-9}$

c) $f(x) = \frac{2x+5}{3x}$

b) $f(x) = \frac{3x^3 + 2x^2 + 3}{x^2 + 3x + 2}$

d) $f(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}$

3. Calcular los siguientes límites de funciones:

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 5x + 1}{x - 3}$

g) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^3 - 3x^2 + 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x-3} \right)$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x} \right)^{3x-2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} 4(x+1)^{\frac{2}{x}}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2}{5x^2 + 3x}$

j) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{2x^2 - 2x - 4}$

e) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2}{2 - \sqrt{2x-2}}$

k) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} \right)$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+1}{x+2} \right)^{\frac{1}{x-1}}$

l) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[x \cdot \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - 1 \right]$

4. Estudia la continuidad de las funciones en los puntos que se indica.

a) $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ en $x = 4$

b) $f(x) = \frac{1}{2^{1-x}}$ en $x = 1$

c) $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-4x+4}$ en $x = 2$

5. Calcula para que valores de m , n y a las funciones siguientes son continuas.

d) $f(x) = \begin{cases} mx+n & \text{si } x \leq 1 \\ 2nx+3 & \text{si } 1 < x \leq 5 \\ nx^2-12 & \text{si } 5 < x \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} ax+3 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2+1 & \text{si } 2 < x \leq 5 \\ 2x+a & \text{si } 5 < x \end{cases}$

TEMA 9: DERIVADAS

1. Halla las siguientes derivadas:

a) $y = 2x^3 + x^2 + 2$

h) $y = \frac{x^2 + x}{x^3}$

m) $y = \frac{x^2 + x}{x + 2}$

b) $y = \frac{5}{3}(x + 2) + \frac{2}{5}x$

i) $y = \cos x \cdot 6^x$

n) $y = \frac{2x + 3}{\sqrt{x}}$

c) $y = 3 \frac{x^2 + 3}{2x}$

j) $y = e^x \cdot \log_3 x$

ñ) $y = 8\sqrt{x^3} \cdot \operatorname{tg} x$

d) $y = \frac{3x + \ln x}{x^2 + x}$

k) $y = \frac{5}{4}(x^3 + 2x^2 + 27x + 3)$

e) $y = \frac{3x^2 + 2x}{x} + 2x^2 - \frac{5}{3}x + 12$

o) $y = 3 \frac{\ln(x)}{5^x}$

f) $y = \frac{e^x}{x-3}$

l) $y = (2x^3 + 2) \cdot \operatorname{sen} x$

g) $y = (x^2 + 3x - \frac{4}{5})[\ln(x)]$

2. Aplicando la definición de derivada calcula la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \frac{1}{x-2}$ en el punto de abscisa 3.

TEMA 10: FUNCIONES ELEMENTALES

1. Siguiendo todos los pasos representa las siguientes funciones

$f(x) = \frac{x^2}{2-x}$ $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2-1}$

$f(x) = \frac{x^2-1}{x}$ $f(x) = \frac{x^2-4}{x+1}$

TEMA 13: PROBABILIDAD

1. En una urna hay tres bolas rojas, tres verdes, cuatro negras y dos azules. ¿De cuántas maneras distintas pueden sacarse, bola a bola, de la urna?
2. Los participantes de un concurso tienen que ordenar a ciegas seis tarjetas en las que está escrita cada una de las letras de la palabra PREMIO. ¿Cuántas ordenaciones distintas pueden salir?
3. Me examino de 20 temas de una oposición en la que solo sacan tres bolas que corresponden a los tres temas que debo desarrollar. ¿Cuántos exámenes distintos se pueden generar? (entendemos que desarrollar primero el tema 5 o tercero el tema 5 es indiferente)
4. ¿De cuántas formas diferentes puedo aparcar 7 coches en 4 plazas de un aparcamiento?
5. En una urna hay 15 bolas numeradas de 1 al 15. Extraemos una bola al azar y observamos el número que tiene. Describe los sucesos escribiendo todos sus elementos:

A = "Obtener par" B = "Obtener impar" C = "Obtener primo"

D = "Obtener impar menor que 9"

Calcula:

- a) **A, B, C y D**
 - b) **A intersección B**
 - c) **C unión D**
 - d) ¿Hay algún par de sucesos incompatibles?
 - e) Escribe un suceso imposible
 - f) Escribe un suceso seguro.
-
6. Tenemos dos bolsas, A y B. En la bolsa A hay 3 bolas blancas y 7 rojas. En la bolsa B hay 6 bolas blancas y 2 rojas. Sacamos una bola de A y la pasamos a B. Después extraemos una bola de B.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de B sea blanca?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?
 7. El 1% de la población de un determinado lugar padece una enfermedad. Para detectar esta enfermedad se realiza una prueba de diagnóstico. Esta prueba da positiva en el 97% de los pacientes que padecen la enfermedad; en el 98% de los individuos que no la padecen da negativa. Si elegimos al azar un individuo de esa población:
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo dé positivo y padezca la enfermedad?
 - b) Si sabemos que ha dado positiva, ¿cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad?