# Soluciones H3

1. No contradicen el teorema de Bolzano, porque la función $f(x)=\frac{x+2}{x-3}$ no es continua en el punto de abscisa $x=3\in[0,5]$

2. $D(f)=\mathbb{R}$ , por tanto es continua en $[-1,1]$.Consideremos la función $g(x)=f(x)-1.5$

   $g(x)$ es continua en $[-1,1]$

   $g(-1)=-0.5<0$ ; $g(1)=\sqrt{3}-1.5>0 \Rightarrow g(-1)\cdot g(1)<0$

   Por el teorema de Bolzano, $\exists c\in(-1,1)$ ; $g(c)=0$

3. No porque la función f(x) no es continua en el intervalo dado.

4. En el intervalo [0, 1] tiene una raíz, pues se cumplen las condiciones del teorema de Bolzano; y lo mismo sucede en el intervalo [1, 2]. Por tanto tiene al menos dos raíces reales.

5. Consideramos la función $f(x)=\frac{x^6-x-1}{x}$ que es continua en [1, 2] y además f(1)·f(2)<0, por lo que cumple las condiciones del teorema de Bolzano y en consecuencia $\exists c\in(1,2)$ ; $f(c)=0$ .

6. Consideramos la función $f(x)=\operatorname{sen}x-2x+3$ que es continua en el intervalo [1, 2], f(1)·f(2)<0 y por el teorema de Bolzano $\exists c\in(1,2)$ ; $f(c)=0$ .

7. No contradice el teorema de Bolzano, porque la función f(x) no es continua en el intervalo $\left(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$

8. No lo contradice porque el intervalo definido no es cerrado, que es una de las condiciones del teorema de Weierstrass.

9. Sí, por el teorema de Darboux o de los puntos intermedios.

10. Los valores de "a" pueden ser ±2. En ambos casos f(a) = 1.

11. Si consideramos el intervalo $[0,1]\subset(-\infty,1]$ observamos que en este intervalo la función $f(x)=3x-e^x$ cumple las condiciones del teorema de Bolzano, por lo que $\exists c\in(0,1)$ ,, $f(c)=0$ .

12. Por el teorema de Weierstrass la función f(x) alcanza su máximo y mínimo valor en el intervalo dado. Además estos valores los alcanza en los extremos de dicho intervalo:

$$f(\pi)=0\le f(x)\le|\cos x|+1\le f(0)=2;\ \forall x\in(0,\pi)$$