

Soluciones

A continuación se presentan las soluciones a algunos de los ejercicios propuestos en la ficha de Continuidad de funciones.

Solución ejercicio 3 de H2_Continuidad:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \begin{cases} \frac{2x-3}{x+4} & \text{si } x < 1 \\ \frac{x^2-3x+2}{x^2+x-2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$D\left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R} - \{-4, 1\}$$

En el punto de abscisa $x = -4$ presenta una discontinuidad inevitable de salto infinito, pues se verifica:

$$\lim_{x \rightarrow -4^-} \left(\frac{f}{g}\right) = \lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{2x-3}{x+4} = \frac{-11}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -4^+} \left(\frac{f}{g}\right) = \lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{2x-3}{x+4} = \frac{-11}{0^+} = -\infty$$

En el punto de abscisa $x = 1$ presenta una discontinuidad inevitable de salto finito, (longitud del salto = $2/15$), pues se verifica:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{f}{g}\right) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-3}{x+4} = \frac{-1}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{f}{g}\right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-3x+2}{x^2+x-2} = \left[\frac{0}{0} \right]; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-3x+2}{x^2+x-2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+2)} = \frac{-1}{3}$$

$$\left| -\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{5}\right) \right| = \left| \frac{-2}{15} \right| = \frac{2}{15}$$

Solución ejercicio 4 de H2_Continuidad

Puesto que es discontinua en $x = 2$, se ha de verificar:

$$2^3 + 2^2b - 6 \cdot 2 = 0; \quad 8 + 4b - 12 = 0 \Rightarrow b = 1.$$

Para $b = 1$ la función queda:

$$f(x) = \frac{3x-4}{x^3+x^2-6x} \quad \text{cuyo dominio es } D(f) = \mathbb{R} - \{-3, 0, 2\}$$

En estos puntos la función presenta discontinuidad inevitable de salto infinito:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x-4}{x^3+x^2-6x} = \left[\frac{-13}{0} \right] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x-4}{x^3+x^2-6x} = \left[\frac{-4}{0} \right] \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-4}{x^3+x^2-6x} = \left[\frac{2}{0} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{3x-4}{x(x+3)(x-2)} = \frac{-13}{0^-} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3x-4}{x(x+3)(x-2)} = \frac{-4}{0^+} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-4}{x(x+3)(x-2)} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{3x-4}{x(x+3)(x-2)} = \frac{-13}{0^+} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x-4}{x(x+3)(x-2)} = \frac{-4}{0^-} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-4}{x(x+3)(x-2)} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

Son tres ramas asintóticas (Asíntotas Verticales).