

IES SENARA
BABILAFUENTE

Dpto. de Matemáticas

MATEMÁTICAS ACADÉMICAS 4º DE ESO

TRABAJO DE VERANO 2019

Nombre y apellidos: _____

Curso y grupo: _____

NÚMEROS REALES

1. Calcula:

$$\text{a) } \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9} - \frac{2}{5} : \frac{8}{15} \quad \text{b) } \frac{\frac{5}{6} - \frac{1}{12}}{1 + 2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right)} \quad \text{c) } 3 - \frac{16}{5} : \left(3 + \frac{1}{5}\right)^2$$

2. Halla de forma exacta la altura de un triángulo equilátero de 7 cm. de lado e indica si es un número racional o irracional.

3. Representa en la recta real los siguientes pares de números y calcula la distancia que hay entre ellos:

$$\text{a) } -2 \text{ y } 5 \quad \text{b) } 5 \text{ y } 7 \quad \text{c) } -1/4 \text{ y } 3$$

4. Escribe en forma de desigualdad los siguientes intervalos, represéntalos gráficamente y clasifícalos:

$$A = (-1; 4) \quad B = [0; 3] \quad C = (-\infty; 4] \quad D = [-4; -1/2]. \text{ Calcula: } A \cup D; B \cap C; (A \cap D) \cup B$$

5. Redondea a cuatro cifras decimales los siguientes números, y di cuáles de las aproximaciones son por defecto y cuáles son por exceso:

$$\text{a) } 23/7 = 3,2857142... \quad \text{b) } 18,6971 \quad \text{c) } \sqrt{5} = 2,236067977...$$

6. Trunca a tres cifras decimales los números anteriores. ¿Cómo son ahora todas las aproximaciones?

7. Halla los errores absoluto y relativo que se cometen al aproximar con dos cifras decimales estos números: a) $29/6 = 4,833...$ b) $\sqrt{6} = 2,44948974...$

8. Expresa en notación científica:

$$\text{a) } 372000000 \quad \text{b) } 0'00000058 \quad \text{c) } 43250000000$$

9. Opera y expresa en notación científica:

$$\text{a) } 2'05 \cdot 10^{15} \cdot 9'25 \cdot 10^{-9} \quad \text{b) } 3'12 \cdot 10^6 : (2'3 \cdot 10^{-4})$$

10. La longitud de una escalera, medida con una cinta métrica que aprecia hasta los centímetros, es de 4,56 m; por otro lado, el peso de un elefante, obtenido con una báscula que aprecia hasta los kg, es de 4554 kg. Determina qué medida es más precisa y explica por qué.

Sol: Es más precisa la medida del peso.

11. Calcula y simplifica estas expresiones:

$$\text{a) } \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{6} - \frac{4}{12}\right)^{-1} : \frac{6}{5} + 1 = \quad \text{b) } \left(\frac{1}{5} - 2\right)^{-2} - \left(2 - \frac{1}{5}\right)^{-2} = \quad \text{c) } \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} - \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{4}{12} - \frac{3}{6}\right) =$$

12. Escribe tres números racionales comprendidos entre los números $\frac{3}{7}$ y $\frac{4}{7}$. (Hay infinitos)

13. Escribe tres números irracionales comprendidos entre 1,001 y 1,002. (Hay infinitos)

14. Determina los intervalos correspondientes a las siguientes expresiones. Clasifícalos:

$$|x| < 2; |x| > 3; |x| > -1; |x| \leq 4; E = \{\text{Números reales mayores que } -3 \text{ y no más grandes que } 5\}.$$

15. Carmen estima que la gata de Juan pesa 3kg y este, que el perro de Carmen pesa 15kg. Averigua qué estimación es más precisa, sabiendo que la gata y el perro pesan, respectivamente, 5kg y 13 kg.

16. Calcula el resultado de la siguiente operación expresando primero los números como producto de potencias de base un número primo: $\frac{25 \cdot 0,0002 \cdot 7,5}{0,625}$

17. Efectúa y expresa el resultado en notación científica: $\frac{5 \cdot 10^{-5} + 7 \cdot 10^{-4}}{10^6 - 5 \cdot 10^5}$

RADICALES

1. Opera y simplifica:

$$a) \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{\sqrt[3]{2^2}}}{\sqrt{\sqrt[3]{2}}} = \qquad b) \frac{\frac{1}{2}\sqrt{27} - \frac{1}{3}\sqrt{108}}{\frac{1}{4}\sqrt{48} + \frac{1}{5}\sqrt{75}} =$$

2. Efectúa las siguientes operaciones dejando el resultado en forma de un único radical:

$$a) \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[5]{16} = ; \quad b) (\sqrt[4]{125} : \sqrt{5}) : \sqrt{5\sqrt{5}} = ; \quad c) \sqrt[3]{a^2 \sqrt[4]{a^3}} =$$

3. Simplifica las siguientes expresiones de radicales:

$$a) \frac{\sqrt{18} + 3\sqrt{2} - \sqrt{50}}{\sqrt{8} - 3\sqrt{2}} ; \quad b) \frac{4\sqrt{12} - 6\sqrt{3}}{2\sqrt{27}} ; \quad c) \sqrt[3]{\frac{3}{8}} + \sqrt[3]{\frac{-3}{125}}$$

4. Racionaliza:

$$a) \frac{4 - \sqrt{2}}{3\sqrt{2}} ; \quad b) \frac{6\sqrt{54}}{\sqrt{3}} ; \quad c) \frac{3 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}} ; \quad d) \frac{3}{\sqrt[3]{36}}$$

5. Calcula, sin emplear la calculadora, las soluciones de las siguientes raíces:

$$a) \sqrt{144} \quad b) \sqrt{\frac{121}{169}} \quad c) \sqrt[4]{1296} \quad d) \sqrt{-\frac{9}{16}} \quad e) \sqrt[5]{1024} \quad f) \sqrt{5625}$$

6. Extrae factores de los radicales:

$$a) \sqrt[3]{8b^3a^7} \quad b) \sqrt[4]{\frac{125a^5}{16b^3}} \quad c) \sqrt[3]{8x^4y^7z} \quad d) \sqrt[9]{\frac{a^{24}b^{-12}c^{12}}{a^{-3}b^{-10}c^5}} \quad e) \sqrt[5]{-32a^{12}b^7} \quad f) \sqrt{(x^{12}y^7)^5}$$

7. Introduce los factores dentro de la raíz:

$$8. \quad a) 2\sqrt[4]{3} \quad b) \frac{2}{x}\sqrt{\frac{3x}{8}} \quad c) \frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{25}{9}} \quad d) 3xy\sqrt[3]{xy^4} \quad e) \frac{3}{5}\sqrt[4]{\frac{75}{81}} \quad f) 2ab\sqrt{3ab}$$

9. Efectúa las siguientes sumas y restas de radicales:

$$a) \sqrt{72} - \sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{200} = ; \quad b) 2\sqrt{75} - 6\sqrt{27} + 4\sqrt{12} - 7\sqrt{48} + \sqrt{300} =$$

$$c) \sqrt{125} - 3\sqrt{80} + \sqrt{20} + 2\sqrt{45} = ; \quad d) \sqrt{12} + 4\sqrt{72} - 5\sqrt{24} + 3\sqrt{8} - \sqrt{27} - \sqrt{54} =$$

10. Calcula:

$$a) (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 \quad c) (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 \quad e) (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{32}) \quad g) 4\sqrt{32} - 7\sqrt{50} + 3\sqrt{48} \quad i) \sqrt{5}\sqrt[3]{2}\sqrt[5]{3}$$

$$b) (2 - \sqrt{3})^2 \quad d) (3\sqrt{2} - 1)(3\sqrt{2} + 1) \quad f) (4 - \sqrt{2})(4 + \sqrt{2}) \quad h) 3\sqrt{27} - 5\sqrt{75} + 4\sqrt{12} \quad j) \sqrt{2}\sqrt[3]{3}\sqrt[4]{5}$$

11. Escribe con un sólo radical:

$$a) \sqrt{\sqrt{\sqrt{2x+1}}} \quad b) \sqrt{3 \sqrt[3]{3} \sqrt[4]{3^3}} \quad c) \sqrt{2} \sqrt[3]{6} \sqrt[4]{12} \quad d) \sqrt{17} : \sqrt[5]{17} \quad e) \sqrt{3 \sqrt[3]{6 \sqrt{12}}}$$

12. Demuestra que los radicales siguientes son semejantes:

$$a) \sqrt{12} ; \sqrt{243} ; \sqrt{75} \quad b) \sqrt{18} ; -7\sqrt{2} \quad c) \sqrt[3]{125a^4} ; \sqrt[3]{27a^7} \quad d) 5\sqrt{2} ; 3\sqrt{8} ; \sqrt{2}$$

13. Reduce al mismo índice los siguientes radicales:

$$a) \sqrt{3} ; \sqrt[6]{5} ; \sqrt[10]{7} \quad b) \sqrt[15]{5} ; \sqrt[3]{7} ; \sqrt[25]{6} \quad c) \sqrt{3} ; \sqrt[4]{6} ; \sqrt[12]{18} \quad d) \sqrt[3]{9} ; \sqrt[6]{4} ; \sqrt{5}$$

14. Calcula:

$$a) \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} \quad b) \sqrt{2} \cdot \sqrt{37} \cdot 3\sqrt{12} \quad c) \sqrt[4]{18} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt[6]{32} \quad d) \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{10}$$

15. Racionaliza:

$$a) \frac{6}{\sqrt{2}} \quad b) \frac{10}{\sqrt[3]{25}} \quad c) \frac{14}{2\sqrt{5} - \sqrt{13}} \quad d) \frac{8}{\sqrt[3]{12}} \quad e) \frac{5}{4 - \sqrt{11}} \quad f) \frac{\sqrt{2} - 5}{2 + \sqrt{5}} \quad g) \frac{7}{2\sqrt{3}}$$

16. Responde si es cierto o falso, justificando la respuesta:

$$a) \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy} = x + y - \sqrt{2xy} \quad b) \sqrt{x^2 - y^2} = x - y \quad c) \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy} = x - y$$

17. Efectúa las siguientes sumas y restas de radicales:

$$a) 2\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 5\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{200} = \quad ; \quad b) 3\sqrt{75} - 5\sqrt{27} + 2\sqrt{12} - 7\sqrt{48} + \sqrt{300} =$$

$$c) \sqrt{125} - 4\sqrt{80} + 3\sqrt{20} + 2\sqrt{45} = \quad ; \quad d) \sqrt{12} + 3\sqrt{72} - 4\sqrt{24} + \sqrt{8} - 3\sqrt{27} - \sqrt{54} =$$

18. Calcula:

$$a) (\sqrt{6} + 2\sqrt{3})^2 = \quad b) (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 = \quad c) (2\sqrt{5} + \sqrt{3})(2\sqrt{5} - \sqrt{3}) =$$

$$d) 6\sqrt{32} - 5\sqrt{50} + 4\sqrt{48} = \quad e) \sqrt{2} \sqrt[3]{4} \sqrt[5]{2} = \quad f) \frac{\sqrt{12} \sqrt[3]{5}}{\sqrt{6} \sqrt[4]{5}} =$$

19. Racionaliza:

$$a) \frac{6}{\sqrt{2}} \quad b) \frac{10}{\sqrt[3]{4}} \quad c) \frac{14}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \quad d) \frac{8}{\sqrt[3]{14}} \quad e) \frac{5}{4 - \sqrt{11}} \quad f) \frac{\sqrt{3} - 5}{3 + \sqrt{5}} \quad g) \frac{7}{2\sqrt{3}}$$

20.

21. Opera y simplifica:

$$a) \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{\sqrt[3]{2^2}}}{\sqrt{\sqrt[3]{2}}} \quad b) \frac{\sqrt{18} + 3\sqrt{2} - \sqrt{50}}{\sqrt{8} - 3\sqrt{2}} \quad c) \frac{\frac{1}{2}\sqrt{27} - \frac{1}{3}\sqrt{108}}{\frac{1}{4}\sqrt{48} + \frac{1}{5}\sqrt{75}} \quad d) \sqrt[3]{\frac{3}{8}} + \sqrt[3]{\frac{-3}{125}}$$

LOGARITMOS

1. Utiliza la definición de logaritmo para calcular el valor de los siguientes números:

$$a) \log_3 27 \quad b) \log_5 5^4 \quad c) \log_{\frac{1}{3}} 9^{-2} \quad d) \log_7 \sqrt{343} \quad e) \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 625$$

$$f) \log \sqrt{0,0001} \quad g) \log \frac{1}{\sqrt{100}} \quad h) \log \sqrt[4]{10} \quad i) \log 10^{-5} \quad j) \log 10^0$$

2. Utilizando la calculadora, halla el valor aproximado de estos números:

$$a) \frac{13^{90}}{5^{18}} ; b) \frac{17^{85}}{13^{37}} ; c) \sqrt[3]{\frac{227^{131}}{5^{35}}} ; d) 897^{55} \text{ Explica cómo lo obtienes.}$$

3. Efectúa las siguientes operaciones:

$$a) \log_3 27 - \log_5 125 + \log_7 7^4 \quad b) \log(0,001) + \lg 100 + \log(1000) - \log \sqrt{10} \quad c) \log_2(\log_2(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}))$$

4. Determina el intervalo de una unidad de longitud en el que se hallan los siguientes logaritmos:

$$a) \log 90 \quad b) \log_3 52 \quad c) \log_2 25 \quad d) \log_5 37 \quad e) \log_{1/3} 12 \quad f) \log_{\sqrt{2}} 14$$

5. Expresa en función de $\log 2$ y $\log 3$:

$$a) \log 5 \quad b) \log 24 \quad c) \log 18 \quad d) \log\left(\frac{8}{3}\right) \quad e) \log_3 \sqrt{45} \quad f) \log_2 54$$

6. Calcula, simplificando al máximo y dejando el resultado en forma de logaritmo:

$$a) 2\log 5 - 3\log 35 + \log 175 \quad b) \log 15 + \log 24 - \log 225 \quad c) \frac{1}{3}\log 2 + \frac{1}{4}\log 2 - \frac{3}{4}\log 2$$

7. Halla la base de los siguientes logaritmos:

$$a) \log_a 625 = 4 \quad b) \log_a 0,001 = 3 \quad c) \log_a 0,01 = -2 \quad d) \log_a 27 = 3 \quad e) \log_a \frac{1}{625} = 4 \quad f) \log_a \frac{1}{343} = -5$$

8. Simplifica las siguientes expresiones:

$$a) \frac{\log 6 + \log 2}{\log 9 + \log 8 - \log 6} \quad b) \log 125 - 3(1 - \log 2) \quad c) \frac{\log 6 + \log 3 - \log 2}{\log 9 - \log 3} \quad d) 10^{-2\log 2} \quad e) \frac{1 + \log 8}{\log 5 + 2\log 4}$$

9. Calcula $a) \log_2 \sqrt{2} + \log_2 8 + \log_2 \frac{1}{4}$ $b) \log_3 1 + \log_3 3 + \log_3 \sqrt{3}$ $c) \log_a (a^{\sqrt[5]{a}}) + \log_{1/a} \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}} \right)$

10. Calcula durante cuánto tiempo se han invertido 3000€ a un interés compuesto del 2,5% si el capital final ha sido 3525€.

11. Dos capitales, uno el doble que el otro, se colocan a interés compuesto: el menor al 3% y el mayor al 1,25%. ¿Al cabo de cuántos años se habrán igualado los capitales finales?

POLINOMIOS

1. Desarrolla los siguientes cuadrados:

a) $(x-2y)^2$ b) $(x^2+2x-1)^2$ c) $\left(\frac{3}{2}-2x^2\right)^2$

2. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios, para el valor de x que se indica:

a) $P(x) = 3x^3 + 6x^2 - 4x - 8$; $x = -2$

b) $Q(x) = x^2 - 3x + 5$; $x = 3$

c) $R(x) = 4x^3 + 5x^2 + 6x + 12$; $x = -1$

3. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(3x^5 - 7x^4 + 7x^3 - 5x^2 + 3x - 4) : (3x^2 - x + 2)$ b) $(2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 5x + 6) : (2x^2 - 3)$

4. Efectúa las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini:

a) $(3x^5 + 2x + 1) : (x + 1)$ b) $(x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x - 5) : (x + 3)$

5. Aplicando el teorema del resto, halla el resto de las siguientes divisiones:

a) $(x^3 - 2x^2 - 3) \div (x - 1)$ b) $(a^3 - 1) \div (a - 1)$ c) $(2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10) \div (x + 2)$

6. Calcula el valor de m en los siguientes polinomios para que sean divisibles por los binomios que se indican:

a) $(5x^4 + mx^3 + 2x - 3) \div (x + 1)$ b) $(3x^2 - mx + 10) \div (x - 5)$ c) $(3x^3 - 7x^2 - 9x - m) \div (x - 3)$

7. Calcula los valores de m y n para que la siguiente división sea exacta:

$(3x^4 + mx^3 - 5x^2 - 5x + n) : (x^2 - 1)$

8. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $2x^4 + 5x^3 - 11x^2 - 20x + 12$ b) $x^5 + 3x^4 - x^3 - 3x^2$ c) $3x^4 - 16x^3 + 23x^2 - 6x$ d) $2x^5 - x^3 - 3x$

9. Halla el polinomio de segundo grado que cumple las siguientes condiciones:

El coeficiente principal es 3, es divisible por $(x+1)$ y el resto de su división por $(x-2)$ es -9 .

FRACCIONES ALGEBRAICAS

10. Calcula el valor que debe tener a para que el polinomio $(a+1)x^3 - (2a-1)x^2 + ax - 7$ sea divisible por $x+2$.

11. Realiza las siguientes operaciones y simplifica los resultados:

a) $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x+1}{x-1} - \frac{1-x}{x^2-1}$ b) $\frac{4}{1+x} + \frac{x}{1+x^2} + \frac{x+1}{x-1}$ c) $\frac{3}{2x-4} + \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8}$

12. Simplifica las siguientes expresiones algebraicas:

a) $\frac{x^2-1}{x+1}$ d) $\frac{3x^2-6x-9}{2x-6}$ g) $\frac{x^3-x^2+3x-3}{x^2-1}$ j) $\frac{3x^4-11x^3+9x^2-11x+6}{3x^3-8x^2-5x+6}$
 b) $\frac{x^2-x-6}{x-3}$ e) $\frac{x^2-5x+4}{x^2-8x+7}$ h) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$ k) $\frac{2x^3-5x^2-x+6}{x^4+2x^3-5x^2-6x}$
 c) $\frac{x^4-9x^2}{x^3+5x^2+6x}$ f) $\frac{x^3-7x^2+10x}{25x-x^3}$ i) $\frac{x^3-9x}{x^4+5x^3+6x^2}$ l) $\frac{x^2(x+2)-9(x+2)}{x^2(x+3)+2x(x+3)}$

13. Opera y simplifica:

a) $\frac{1}{x-3} - x + \frac{2}{x}$ c) $\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}\right) \cdot (x^4 + x^3)$ e) $\left(x + \frac{x}{x-1}\right) : \left(x - \frac{x}{x-1}\right)$ d) $\left(\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2}\right) \cdot \frac{2x}{x^2+4}$
 b) $\left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}\right) \frac{x^2-1}{2x^2}$ d) $\left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}\right) \cdot \left(\frac{3}{4x} + \frac{x}{4}\right)$ f) $\frac{3}{x+1} \left(1 - \frac{1}{x+3}\right) \left(1 + \frac{1}{x+2}\right)$ g) $\left(\frac{x+1}{x-3} - \frac{x+3}{x+1}\right) : \frac{8(x-1)}{x^2-9}$

14. Halla el polinomio $P(x)$ para que se cumplan las siguientes equivalencias de fracciones algebraicas:

a) $\frac{x-5}{x+1} = \frac{P(x)}{x^2-2x-3}$ b) $\frac{x}{x^2+2x} = \frac{x-1}{P(x)}$

15. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^4-1}{x^4+x^2}$ b) $\frac{x^3-2x+x}{x^3-3x^2+3x-1}$ c) $\frac{2x^3+3x^2+6x+9}{2x^4+3x^3-2x-3}$ d) $\frac{x^3-x-3x^2+3}{x^2-1}$

ECUACIONES Y SISTEMAS

Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba las soluciones:

16. Ecuaciones de primer grado:

a) $\frac{3+x}{2} + \frac{4-x}{3} = 5\left(\frac{9+3x}{2} - 1\right)$ c) $\frac{x+3}{21} = \frac{5-2x}{14}$; e) $\frac{1+3x}{5} - 3(x-2) = \frac{2x-3}{3} + 1 - x$
 b) $\frac{3x+4}{6} + \frac{3x+1}{3} = \frac{11}{6} + \frac{x}{4}$ d) $\frac{5-x}{2} + \frac{2}{3}\left(\frac{x-3}{2}\right) = \frac{x+1}{6}$ f) $2(x-2) - \frac{x-5}{2} = \frac{1-2x}{3} - (3-x)$

17. Ecuaciones bicuadradas:

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$; c) $7x^4 = 14x^2$ e) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$ g) $x^4 - 10x^2 + 16 = 0$
 b) $x^4 - x^2 - 12 = 0$ d) $3x^4 - 12x^2 = 0$ f) $2x^4 - 7x^2 - 9 = 0$ h) $3x^4 - 4x^2 - 4 = 0$

18. Ecuaciones racionales:

$$a) \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{-2}{x-8} \quad c) \frac{x-4}{3} = \frac{x^2}{x+42} \quad e) \frac{2x}{x-3} - \frac{6}{x-3} = -5$$

$$b) \frac{x+2}{x-1} - 2 = \frac{4-x}{2x} \quad d) \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x} = \frac{13x+1}{3x} \quad f) \frac{1}{x+1} = \frac{x+1}{1-x}$$

19. Ecuaciones irracionales:

$$a) \sqrt{x-1} = \frac{x-1}{\sqrt{9-x}}; \quad c) \sqrt{2x+1} - \sqrt{x-3} = 2; \quad e) \sqrt{4-x} - \sqrt{x+1} = 1$$

$$b) x + \sqrt{x} = 2 \quad d) 1 + \sqrt{x} = \sqrt{x+1} \quad f) \sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2-3} = 1$$

20. Resuelve, por factorización, las siguientes ecuaciones:

$$a) x^3 + x^2 - 2 = 0 \quad c) x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0; \quad e) x^4 + 3x^3 - 3x - 1 = 0$$

$$b) x^2(x-1)^2 - 5x^2(x-1)^2 = 0 \quad d) x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 4 = 0 \quad f) 2x^4 + 4x^3 - 22x^2 - 24x = 0$$

21. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$a) \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - y = 0 \end{cases}; \quad b) \begin{cases} \frac{x-y}{2} - \frac{x+y}{3} = 0 \\ 4x+1 = 2y-1 \end{cases}; \quad e) \begin{cases} y = 2x+1 \\ y = \frac{x-3}{3} \end{cases}; \quad g) \begin{cases} 4x+1 = 2y-1 \\ (x+1)^2 - y = x^2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 6x - 5y = 1 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}; \quad d) \begin{cases} \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{2} = 3 \\ \frac{12x-7y}{13} = 3 \end{cases}; \quad f) \begin{cases} -2x + \frac{y-2}{3} = -2 \\ 4x - \frac{y+4}{6} = 3 \end{cases}; \quad h) \begin{cases} 5(x-1) - 4(y-2) = -1 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 2 \end{cases}$$

22. Indica si los siguientes sistemas de ecuaciones lineales son compatibles o incompatibles. Resuelve aquellos que sean compatibles, indicando cuántas soluciones tienen:

$$a) \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 4x - 6y = -3 \end{cases}; \quad b) \begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 9x - 6 = 12y \end{cases}; \quad c) \begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ -3x + 4y = -2 \end{cases}; \quad d) \begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 4x - 6y = 3 \end{cases}$$

23. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$a) \begin{cases} x \cdot y = 12 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 6x + y = 5 \\ x^2 - y + 1 = 3x \end{cases}; \quad e) \begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 - y^2 = 25 \end{cases}; \quad g) \begin{cases} x - 2y = 5 \\ x^2 + 3x - y = 6 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ xy = 15 \end{cases} \quad d) \begin{cases} x^2 + y^2 + x = 6 \\ 2x^2 + 2y^2 + y = 12 \end{cases} \quad f) \begin{cases} x - 2y + 4 = 0 \\ x^2 = y^2 - 5 \end{cases} \quad h) \begin{cases} x^2 - y^2 = -7 \\ xy = -12 \end{cases}$$

24. Halla un número de dos cifras tal que la diferencia entre la cifra de las decenas y la de las unidades es de una unidad y cuya suma es la séptima parte del valor del número
25. Si se divide un cierto número por 9, da de resto 1, y si se divide por 7, aumentarán el cociente y el resto anteriores en 2 unidades. Calcula dicho número.
26. Halla un número de dos cifras tales que la diferencia de sus cifras es 2 y su suma es la séptima parte de dicho número.
27. Halla la longitud de los catetos de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 10 cm y su superficie mide 24 cm².

28. Calcula el perímetro de un rombo si la diferencia entre sus diagonales es de 4 cm y abarca una superficie de 96 cm^2 .
29. La diferencia de dos números es 2 y la suma de sus cuadrados es 4. ¿De qué números se trata?
30. La cuarta parte de un campo está plantada de vides, los $\frac{4}{7}$ están sembrados de trigo y el resto de patatas. Las vides ocupan 43 áreas más que las patatas. ¿Cuál es la superficie del campo?

INECUACIONES

1. Resuelve las siguientes inecuaciones y representa su solución en la recta real:

a) $2x-3 < x-1$ b) $\frac{3x-2}{2} \leq \frac{2x+7}{3}$ c) $-3x-2 < 5-\frac{x}{2}$ d) $\frac{3x}{5}-x > -2$

2. Resuelve las siguientes inecuaciones y representa su solución en la recta real.

a) $\frac{5x-2}{3} \geq \frac{5-x}{4}$ c) $\frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x^2} \leq \frac{2}{3}$ e) $x^4 - 3x^2 \leq 4$ g) $3x^3 + 12x^2 + 12x \leq 0$

b) $-2x^2 + 7x - 6 > 0$ d) $\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}\right) > \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right)$ f) $4x^5 - x^3 > 0$ h) $x^2 - 7x - 8 \leq 0$

3. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una variable. Expresa su solución mediante intervalos.

a) $\begin{cases} \frac{x-15}{2} \leq 5-2x \\ 2-x < \frac{1-x}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{x+3}{2-x} < 0 \\ x^2 - 3x < 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 6x+5(2-x) > 3x-8(x+4) \\ x(7-2x) > 2x(5-x)+10x \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x-2(x+1) \geq 5(2x-1)-6 \\ 2(x-1)+4x > 5x-4 \end{cases}$

4. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones lineales con una variable y representa su conjunto solución en la recta real::

a) $\begin{cases} 4x-3 < 1 \\ x+6 > 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x-2 > -7 \\ 5-x < 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5-x < -12 \\ 16-2x < 3x-3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ 5x+1 \leq 0 \end{cases}$

5. ¿Para qué valores de m la ecuación $8x^2 - (m-1)x + m - 7 = 0$ tiene soluciones reales?
6. María tiene 7 años menos que su hermano Juan. ¿Cuántos años puede tener María si sabemos que el triple de su edad es mayor que el doble de la de su hermano?
7. Una empresa paga a sus trabajadores eventuales 30€ por cada una de las 20 primeras horas de trabajo. A partir de ahí, cobran a 18€ la hora. ¿Cuántas horas deben trabajar para ganar más de 1500€?
8. Recuerda que cada lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia. Si los lados de un triángulo miden $5x-12$; $2x+24$ y $x+36$, ¿entre qué valores puede variar x ?
9. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado y expresa su solución mediante intervalos:
- a) $-x^2 - 2x + 3 \geq 0$ b) $5 - x^2 < 0$ c) $x^2 + 3x > 0$ d) $-x^2 + 6x - 5 \leq 0$
10. Resuelve las siguientes inecuaciones: de grado superior a dos y expresa su solución como unión de intervalos:
- a) $(x-1)(x+2)(x-5) \leq 0$ b) $(x-3)^2(x+3)^3(x-5) \leq 0$ c) $x^3 - 4x > 0$ d) $x^3 - 3x^2 \geq 0$

11. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{x}{3x-6} > 1$ b) $\frac{(x+3)(x-2)}{x(x-6)} > 0$ c) $\frac{3x-2}{x-1} - 1 \leq \frac{2x-1}{x+1}$ d) $\frac{x^2-1}{x} \leq 0$

12. Determina para qué valores de **m** la inecuación $3x^2 - (m-2)x + 7 > 0$ tiene por solución toda la recta real.

13. Un meteorólogo dice que en el mes de abril el triple del número de días que ha llovido es menor que el doble de los días que no lo ha hecho. ¿Cuál ha sido, como máximo el número de días que ha llovido?

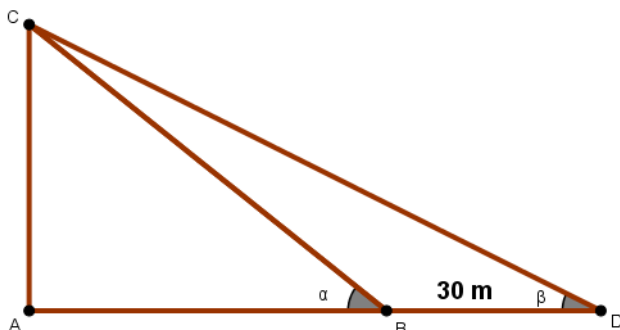
14. A una excursión van 40 estudiantes y se sabe que el cuadrado del número de chicas es menor que el doble del número de chicos. ¿Cuántas chicas, irán a la excursión, a lo sumo?

15. Representa gráficamente los conjuntos solución de las siguientes inecuaciones:

a) $|x-5| < 3$ b) $|x-1| < 4$ c) $|x-3| > 1$ d) $|2x+5| < 7$ e) $|3x+4| > 5$

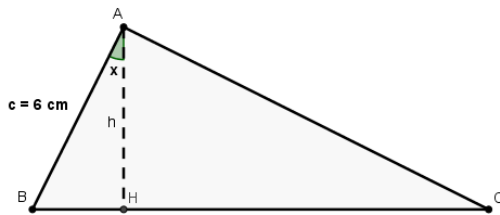
TRIGONOMETRÍA

- ¿Cómo están relacionadas las razones trigonométricas de los ángulos de 250° y 340° ?
- Calcula $\operatorname{sen}^2 B + \operatorname{sen}^2 C$ si B y C son los ángulos agudos de un triángulo rectángulo
- La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 15 cm, y uno de sus ángulos agudos mide 25° . Calcula los demás elementos del triángulo.
- Calcula los elementos de un triángulo rectángulo sabiendo que uno de sus catetos mide 8 cm y el ángulo opuesto a dicho lado mide 33° .
- Calcula los elementos de un triángulo rectángulo sabiendo que su hipotenusa mide 5 cm y el cateto opuesto a su ángulo mayor mide 3,6 cm.
- Calcula los elementos de un triángulo rectángulo del que se conocen las medidas de sus catetos: 16 cm y 7 cm.
- Desde un barco se mide, por radar, la distancia a la cima de una montaña: 2570 m. Halla la altura de la montaña, sabiendo que el ángulo que forma la visual con el horizonte es de 29° .
- En un instante dado, el altímetro de una avioneta registra 1095 m de altitud. El piloto ve la base de la torre de control del aeropuerto mediante una visual que forma un ángulo de 81° con la vertical. ¿A qué distancia del aeropuerto vuela el aparato?
- Calcula la longitud de la altura AC, sabiendo que $BD = 30$ m, $\alpha = 35^\circ$ y $\beta = 25^\circ$



- Para calcular el ancho de un río, se midió una distancia $AB = 20$ m a lo largo de su orilla, tomando el punto A directamente opuesto a un árbol C, situado en la otra orilla. Desde el punto B se midió el ángulo $ABC = 61^\circ$. ¿Cuál es la anchura del río?

11. Dado el triángulo rectángulo en A



- a) Calcula la longitud del segmento BH si $\cos B = \frac{3}{4}$.
- b) Calcula la longitud de la altura h si $\cos B = \frac{2}{5}$.
- c) Calcula el valor de $\cos x$ si $\tan C = 3$.
12. La inclinación de los rayos solares varía a lo largo del día. En cierto instante, un poste de 12 m de altura, proyecta una sombra de 24 m. ¿Cuál es el ángulo de inclinación de los rayos solares respecto de la horizontal?
13. Desde un punto medio M de la distancia entre dos torres A y B, los ángulos de elevación de sus extremos superiores son 30° y 60° , respectivamente. Si A tiene una altura de 40 m, halla la altura de B y la distancia entre ambas torres.
14. Desde un punto del suelo se ve la altura de una torre con un ángulo de elevación de 60° . Si se retrocede 80 m, se ve la torre bajo un ángulo de 45° . Calcula la altura de la torre.
15. Simplifica las siguientes expresiones:
- a) $\sin^3 x + \sin x \cos^2 x$ b) $\frac{\cos^2 x}{1 - \sin x}$ c) $\frac{\tan x}{\sin x}$
16. Comprueba las siguientes igualdades:
- a) $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$ b) $\frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ c) $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$
17. Sabiendo que $\operatorname{sen} \alpha = 0,35$ y $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ calcula las razones trigonométricas siguientes:
- $\cos \alpha$ $\sin(90 - \alpha)$ $\tan(180 + \alpha)$ $\cos(180 - \alpha)$ $\tan(90 - \alpha)$ $\sin(-\alpha)$

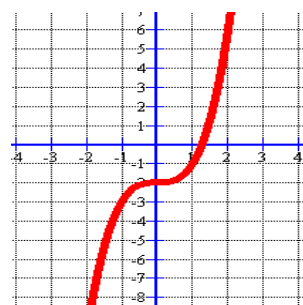
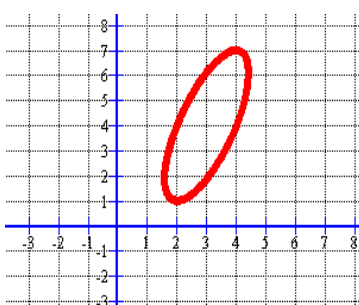
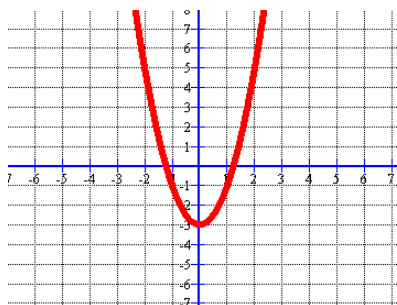
GEOMETRÍA ANALÍTICA

1. Las coordenadas del punto medio M de un segmento AB son (-1,3); si las coordenadas del punto A son (-2, 6), determina las coordenadas del punto B.
2. Dados los vectores $\vec{a} = (3, -1)$; $\vec{b} = (0, 2)$ y $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j}$ en el sistema de referencia de V^2 , determina: $2\vec{a} - 3\vec{b}$; $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; $|\vec{a}|$. ($|\vec{a}| = \text{Módulo del vector } \vec{a}$).
3. Dados los puntos $A(3, 2)$, $B(-3, 2)$ y $C(0, 5)$, calcula las coordenadas de un cuarto punto D para formar el paralelogramo ABCD. ¿Cuáles serían esas coordenadas si el paralelogramo fuese ADBC? ¿Se puede formar algún paralelogramo más?
4. Halla las coordenadas de un punto C tal que con los puntos $A(0, 2)$ y $B(0, 5)$ forme un triángulo rectángulo de 6 u^2 de área. ¿Cuántos puntos cumplen esta condición?

5. Calcula los valores de m y n sabiendo que $\overline{AB} = (-5, 6)$ siendo $A = (2, m-2)$ y $B = (3n, 5)$. Determina el punto medio del segmento AB .
6. Calcula las coordenadas del punto A si sabemos que los vectores \overline{OA} y $\vec{v}(2, -3)$ son perpendiculares.
7. Las ecuaciones paramétricas de una recta r son: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ Escribe las ecuaciones paramétricas de otra recta que pasa por el punto $(1, 4)$ y que tiene el mismo vector de dirección de la recta r dada.
8. Escribe la ecuación en forma continua de la recta que pasa por el punto $A(-3, -2)$ y cuyo vector director es $\vec{v}(-1, 2)$. Escribe también su ecuación implícita.
9. Escribe en todas sus formas las siguientes rectas: a) $y = 3$ b) $x - y = -1$ c) $x - 2 = 0$
10. Halla la ordenada en el origen de la recta cuyas ecuaciones paramétricas son: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3t \end{cases}$
11. Escribe la ecuación punto-pendiente de la recta perpendicular a r : $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ que pasa por el punto $A(2, -1)$
12. Escribe la ecuación general o implícita de la recta que pasa por el punto medio de $A(3, 4)$ y $B(-5, 2)$ y cuyo vector director es perpendicular al formado por los puntos anteriores. *Sol:* $4x + y + 1 = 0$
13. Estudia analíticamente la posición relativa de las siguientes rectas:
 $\begin{cases} r \equiv 2x - y - 3 = 0 \\ s \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{0} \end{cases}$ *Sol:* Las rectas se cortan en el punto $P(1, -1)$.
14. Determina el valor de a para que la recta $ax + 4y - 11 = 0$ pase por el punto $P(1, 2)$. Escribe la ecuación continua de la recta para dicho valor. *Sol:* $\frac{x-1}{-4} = \frac{y-2}{3}$
15. Calcula el valor de m para que el punto $A(m, 1)$ esté alineado con los puntos $B(3, -2)$ y $C(3, 4)$. Escribe la ecuación explícita de la recta que determinan.
16. Estudia analíticamente la posición relativa de las rectas $r \equiv 2x - y = 1$; $s \equiv mx + 2y = 3$, según los valores de m .

FUNCIONES

1. Indica cuáles de las siguientes gráficas son funciones:



2. Estudia el dominio o campo de definición de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \log(x^2 + 3x - 1) \quad b) g(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3}{x^2 - 9}} \quad c) h(x) = \frac{x}{x^2 - 4} \quad d) k(x) = \sqrt{x^2 - 5}$$

$$e) m(x) = 2\sqrt{\frac{3-x}{x-2}} \quad f) n(x) = \frac{x+4}{\sqrt{x-3}} \quad g) p(x) = \frac{x-7}{x^2 - 8x + 12} \quad h) q(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x+1}{x^3 - 1}\right)$$

3. Efectúa las siguientes operaciones y calcula sus dominios correspondientes:

$$a) (f \cdot g)(x) \quad b) (g - h)(x) \quad c) \left(\frac{1}{f}\right)(x) \quad d) (f \circ g)(x) \quad e) (h \circ g)(x) \quad f) h^{-1}(x)$$

4. Indica el tipo de simetría de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = x^3 - x \quad b) g(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 4} \quad c) h(x) = \frac{(x+3)^2}{x^2 - 2x} \quad d) k(x) = \frac{x^3 + 6x}{x^2 - 2} \quad e) m(x) = \frac{x-5}{x^2 + 3}$$

5. Dadas las funciones $f(x) = (x+5)^2$; $g(x) = (x-5)^2$, calcula:

a) $(f+g)(x)$, b) $(f-g)(x)$; y determina qué tipo de función resulta.

6. Halla el dominio de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 4}; \quad g(x) = \log(8-x); \quad h(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2-x}}$$

7. Estudia y representa gráficamente la función $f(x) = 3^x$

8. Dibuja la gráfica de la función $f(x) = \frac{3x+1}{x+1}$. Halla:

a) Su dominio; b) las ecuaciones de sus asíntotas; c) ¿Para qué valores de x no es continua?

9. Dadas las funciones $f(x) = 2x+3$; $g(x) = x+4$, a) halla el dominio de $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$.

b) ¿Qué tipo de función es $(f \cdot g)(x)$? ¿Tiene un máximo o mínimo absoluto? En caso afirmativo indica en qué punto.

10. El alquiler de un piso es de 500€ mensuales. Si en el contrato se hace constar que se subirá un 3% anual, calcula:

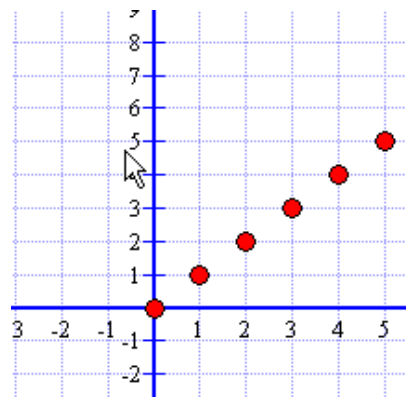
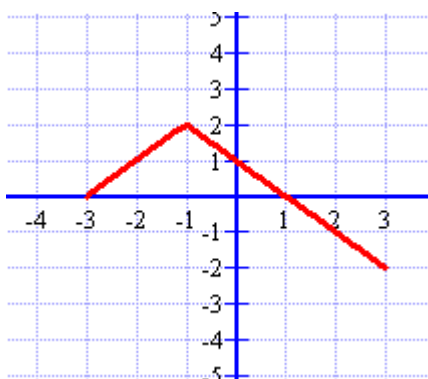
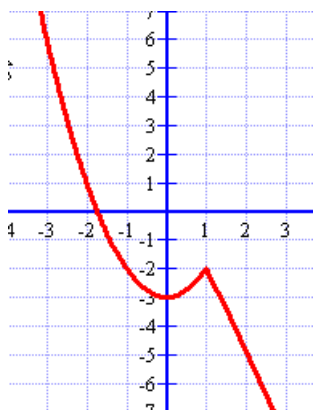
- La función que expresa el precio del alquiler en función del número de años.
- El precio del alquiler dentro de diez años.
- ¿Cuántos años tendrán que transcurrir para que se duplique el alquiler?
- ¿Es una función continua? (¿Se pueden unir sus puntos?) ¿Por qué?

11. Clasifica y representa la función $f(x) = \frac{4}{x}$. Indica si la función es creciente o decreciente y si es continua. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

12. Estudia y representa gráficamente la función lineal $f(x) = -2x$.

13. Escribe la expresión de la función lineal que pasa por los puntos $P(-1,2)$ y $Q(3,-2)$. Indica su pendiente y su ordenada en el origen. ¿Es creciente o decreciente?

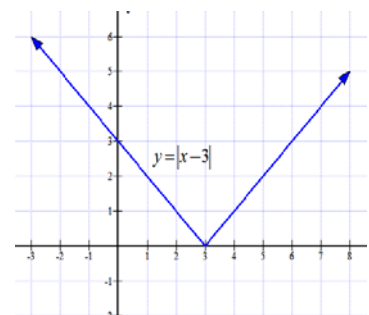
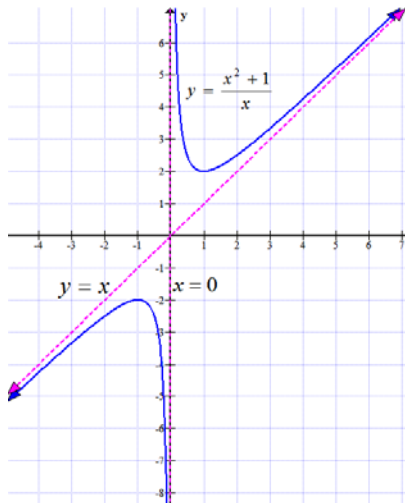
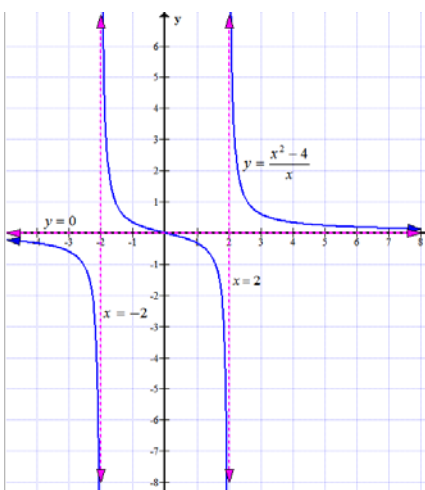
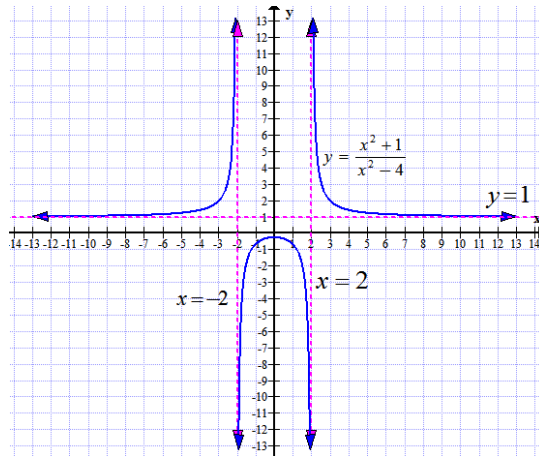
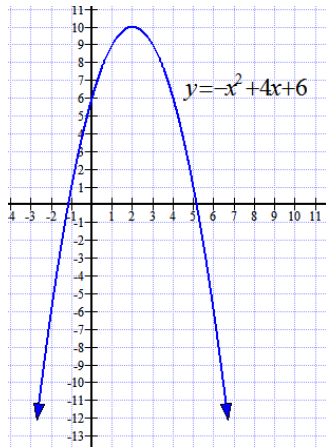
14. Halla los puntos de corte con los ejes de coordenadas de la función $f(x) = 3x - 6$. Representala gráficamente.
15. En cada una de estas funciones indica:
a) Su dominio; b) Si es o no continua; c) Monotonía; d) Máximos y mínimos.



16. Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ -3 + x & \text{si } x > 2 \end{cases}$
- a) Calcula: $f(-3)$; $f(4)$; $f(-1/2)$; $f(2)$
- b) ¿Cuál es su dominio? c) ¿Presenta alguna discontinuidad? d) ¿En qué punto alcanza un máximo?
17. Escribe la ecuación de una función afín que pasa por los puntos $P(2,5)$ y $Q(-1,4)$. Indica cuál es el valor de su pendiente y el punto correspondiente a su ordenada en el origen. Representala gráficamente.
18. Halla la ecuación de la parábola cuyo vértice es el punto $V(-3,2)$ y pasa por el punto $P(-6,-1)$. Representala gráficamente y realiza su estudio.
19. Escribe la ecuación de una función hiperbólica que pasa por el punto $P(-4,6)$, no está definida para $x = -2$ y la recta $y = -3$ es una asíntota horizontal. Representa su gráfica.
20. Halla la ecuación de una parábola que pasa por los puntos $O(0,0)$, $A(-3,-3)$ y $B(1,5)$.
21. El perímetro de un rectángulo mide 8 m. Expresa el área del rectángulo en función del lado x de la base. Determina el dominio o campo de definición de esta función. Representala e indica el valor del lado de la base para el que el área se hace máxima.
22. Escribe la ecuación de la parábola que tiene el vértice en el punto $V(2,2)$ y pasa por el punto $P(1,3)$. Realiza su estudio.
23. Indica en qué puntos presentan discontinuidad las funciones a) $\frac{x+1}{x-2}$ b) $\frac{x-5}{x+3}$. ¿En qué puntos cortan a los ejes coordenados? Determina sus asíntotas verticales y horizontales.
24. Representa las funciones exponenciales $y = 2^x$; $y = -2^x$ ¿Qué observas?
25. Representa la gráfica correspondiente a $\log_2 x$. Apóyate para ello en la función $y = 2^x$. Realiza su estudio.
26. La bacteria *Eberthella typhosa* se reproduce por bipartición cada hora. Si partimos de un millón de bacterias, calcula: a) La función que expresa el número de bacterias en función

del tiempo. b) ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de un día? c) ¿Qué tiempo tiene que transcurrir para tener más de 16 millones de bacterias?

27. Para recolectar las fresas de una huerta, 20 trabajadores tardan 5 días. Calcula la función que da el número de días en función del número de trabajadores. ¿Qué tipo de función es?
28. Estudia: dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes de coordenadas, asíntotas, monotonía (crecimiento y decrecimiento), máximos y mínimos relativos, curvatura (concavidad \cup , y convexidad \cap) y puntos de inflexión de las siguientes funciones:



PROBABILIDAD

1. Se sacan dos bolas de una urna que se compone de una bola blanca, otra roja, otra verde y otra negra. Escribir el espacio muestral cuando:

- a) La primera bola se devuelve a la urna antes de sacar la segunda.
- b) La primera bola no se devuelve.

2. Una urna tiene 8 bolas rojas, 5 amarilla y 7 verdes. Si se extrae una bola al azar calcular la probabilidad de:

- i. Sea roja.
- ii. Sea verde.
- iii. Sea amarilla.
- iv. No sea roja.
- v. No sea amarilla.

3. Una urna contiene tres bolas rojas y siete blancas. Se extraen dos bolas al azar. Escribir el espacio muestral y hallar la probabilidad de los sucesos:
Con reemplazamiento.
Sin reemplazamiento.
4. Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide:
La probabilidad de que salga el 7.
La probabilidad de que el número obtenido sea par.
La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres.
5. Busca la probabilidad de que al tirar un dado al aire salga:
Un número par.
Un múltiplo de tres.
Mayor que cuatro.

Contesta a las mismas preguntas si tiramos dos dados y sumamos los resultados

6. Halla la probabilidad de que al lanzar al aire tres monedas, salgan:
Tres caras.
Dos cruces exactamente.
Por lo menos dos cruces.
Más cruces que caras
7. En un sobre hay 10 papeletas. 6 llevan dibujado un clavel y el resto son blancas. Halla la probabilidad de extraer al menos una papeleta con el dibujo de un clavel:
Si se saca una papeleta.
Si se extraen dos papeletas.
Si se extraen tres papeletas.
8. En una urna hay tres bolas negras y dos blancas. Extraemos tres bolas sin reintroducción.
a) Escribe el espacio muestral.
b) Calcula las siguientes probabilidades:
I: Que salga sólo una negra.
II: Que salga al menos una blanca
III: Que haya más bolas negras que blancas.
IV: Que las tres bolas sean del mismo color.
V: Que las tres sean blancas.
VI: Que haya el mismo número de bolas negras que blancas.

Haz el mismo ejercicio si se realizase con reintroducción.

- 9: Un tirador acierta 3 de cada 4 disparos que hace. Si realiza tres disparos
a) ¿Cuál es el espacio muestral?
b) Calcula las siguientes probabilidades:
I: Que acierte los tres disparos.
II: Que acierte al menos un disparo.
- 10: En una urna tenemos 10 bolas numeradas del 1 al 10. La número 1 es amarilla, las bolas 2 y 3 son blancas, las bolas 4, 5 y 6 son rojas y las otras cuatro son moradas.
Sacamos una bola. Calcula las siguientes probabilidades:
I: De sacar una bola blanca.
II: De no sacar una bola amarilla.
III: De sacar una bola colorada o dorada.

- IV: De obtener un número primo.
- V: De obtener un múltiplo de 4.
- VI: De sacar una bola par o colorada.
- VII: De sacar una bola impar y dorada.
- VIII: De sacar una bola que no sea blanca pero que sea múltiplo de 3.
- IX: De obtener una bola amarilla y par.

COMBINATORIA

1. Sean los conjuntos $A=\{1, 2\}$ y $B=\{a, b, c\}$
¿Cuántas relaciones entre A y B se pueden establecer?
Solución: 9.
2. ¿De cuántos modos diferentes se pueden repartir dos premios distintos entre Ramón, Juan, Teresa y María, de modo que ninguno de ellos reciba los dos premios?
Solución: 12.
3. ¿De cuántos modos diferentes se pueden colocar un plato de carne y otro de pescado en cuatro bandejas de un frigorífico si no se quiere poner dos platos en la misma bandeja?
Solución: 12.
4. Se tienen cuatro franjas de papel cuyos colores son blanco, rojo, azul y verde. ¿Cuántas banderas tricolores se pueden formar? Haz un diagrama en árbol.
Solución: 24.
5. Calcula m para que se verifique: $V_m^2 + V_{m-2}^2 + V_{m-4}^2 = 98$
Solución: $m=8$
6. ¿De cuántas maneras se pueden sentar seis personas en un banco de tres asientos?
Solución: 120.
7. ¿Cuántos números de tres cifras se pueden escribir con las cifras 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 si ninguna de ellas se puede repetir?
Solución: 648.
8. Un barco dispone de ocho banderas. ¿Cuántas señales puede mostrar si cada señal consiste en tres banderas colocadas verticalmente en un asta?
Solución: 336.
9. Se sabe que el número de variaciones ordinarias de orden 2 de m elementos es 30. ¿Cuál es el valor de m?
Solución: $m=6$.
10. ¿Cuántos productos diferentes, con cuatro factores, se pueden formar con los números primos comprendidos entre 2 y 19, ambos inclusive,
 - a) sin repetir ningún factor?
 - b) pudiendo repetir?*Solución:* a) 1680; b) 4096.
11. Un chico decide pintar las cuatro paredes de su habitación; dispone de pintura de los siguientes colores: azul, verde, blanco, rojo y marrón. ¿De cuántas maneras puede hacerlo si cada pared ha de quedar pintada de un solo color?
Solución: 625.
12. Resolver la ecuación: $V_x^2 - 38 = \frac{x+5}{3}$
Solución: $x=7$
13. Al lanzar una moneda al aire, los resultados posibles son: obtener cara (c) y obtener cruz (x). ¿Cuántos son los resultados posibles al lanzar tres monedas?
Solución: 8.

14. Se lanzan tres dados diferentes: ¿Cuántos resultados distintos pueden aparecer?
Solución: 216.
15. ¿Cuántas rectas determinan siete puntos situados en el plano, si no hay tres de ellos en línea recta?
(Observación: Dos puntos determinan una recta.)
Solución: 21.
16. Calcular de cuántas formas diferentes pueden repartirse tres premios distintos entre quince concursantes si: a) Cada concursante sólo puede recibir un premio. b) Un mismo concursante puede recibir varios premios.
Solución: a) 2.730; b) 3.375
17. En un parque hay un camino que une cada dos bancos. ¿Cuántos bancos hay si en total son 36 caminos?
Solución: 9.
18. Los alumnos de una clase formada por 15 chicos y 15 chicas quieren representar una obra de teatro con 5 personajes femeninos y 3 masculinos. ¿Cuántos repartos distintos se pueden hacer?
Solución: 983.782.800
19. a) ¿Cuántos números de dos cifras se pueden escribir con las cifras 1, 3, 5, 7 y 9?; b) ¿Cuántos son pares?; c) ¿Cuántos terminan en tres?; d) ¿Cuántos empiezan por 1?
Solución: a) 25; b) 0; c) 5; d) 5.
20. a) ¿Cuántos números de 4 cifras se pueden escribir con los guarismos 1, 3, 4, 5 y 6?; b) ¿En cuántos de ellos figura el 3 en las decenas?; c) ¿Cuántos son pares?
Solución: a) 625; b) 125; c) 250;
21. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar 5 personas alrededor de una mesa redonda?
Solución: 24.
22. ¿Cuántas palabras distintas, con o sin sentido, se pueden formar con las letras de la palabra PERMUTACIÓN? ¿Cuántas empiezan por E y terminan en ON?
Solución: 39.916.800; 40.320
23. En un torneo participan 5 equipos. Forma todas las clasificaciones posibles del torneo.
Solución: 120.
24. Calcula la suma de todos los números de tres cifras diferentes que se pueden formar con las cifras 2, 4 y 6.
Solución: 2.664.
25. Se presentan 30 candidatos a unas elecciones para elegir 3 diputados. ¿De cuántas maneras distintas se puede hacer la elección?
Solución: 4.060
26. Encuentra un número natural x que verifique las ecuaciones siguientes:
 a) $\binom{x}{2} = \binom{x}{7}$; b) $\binom{x}{3} + \binom{5}{4} = \binom{6}{4}$; c) $\binom{2x}{3} = 2 \cdot \binom{2x-1}{3}$;
 d) $\binom{x}{3} + 4\binom{x+1}{3} + \binom{x+2}{3} = 8$
- Solución: a) $x=9$; b) $x=5$; c) $x=3$; d) $x=3$.*
27. Un estudiante debe responder a ocho de las 20 preguntas de que consta un cuestionario. ¿Cuántos grupos de respuestas distintas puede elegir?
Solución: 125.970
28. En un programa de televisión hay 8 presentadores. Cada vez aparecen tres. ¿Cuántos programas podemos ver sin que se repitan los tres?
Solución: 56.

29. Calcula: a) $(x^2 + 2x)^3$; b) $(x - 3x^3)^4$; c) $(x^2 - \frac{1}{2}x)^5$
Solución: a) $x^6 + 6x^5 + 12x^4 + 8x^3$; b) $x^4 - 12x^6 + 54x^8 - 108x^{10} + 81x^{12}$;
 c) $x^{10} - \frac{5}{2}x^9 + \frac{5}{2}x^8 - \frac{5}{4}x^7 + \frac{5}{16}x^6 - \frac{1}{32}x^5$
30. Determina el término que ocupa el lugar 207 en el desarrollo de $(x^2 - 3)^{209}$
Solución: $\binom{209}{206}(x^2)^3(-3)^{206} = \binom{209}{206} \cdot 3^{206} x^6$
31. Se dispone de 15 libros distintos; 6 están encuadernados en cuero, 5 en tela y 4 en rústica. ¿De cuántas maneras distintas pueden colocarse en un estante de modo que no se separen los volúmenes de un mismo tipo de encuadernación?
Solución: $3! \cdot (6! \cdot 5! \cdot 4!) = 12.441.600$
32. Con un piano de juguete de 24 notas (dos octavas completas) ¿cuántos sonidos diferentes pueden conseguirse empleando cada vez cuatro notas como máximo?
Solución: 12950
33. ¿De cuántas formas pueden ordenarse 17 bolas de billar, si hay siete negras, seis rojas y cuatro blancas?
Solución: 4.084.080
34. Escribe directamente el cuarto término del desarrollo $(x - 2y^2)^8$ *Solución:* $-448x^5y^6$
35. El tercer término del desarrollo de $(x^3 + \frac{1}{x})^n$ es de grado 7. Hallar n . *Solución:* $n=5$.
36. ¿Cuántas diagonales hay en un hexágono? ¿Y en un polígono convexo de n lados?
Solución: 9; $\frac{n^2 - 3n}{2}$
37. ¿Cuántas palabras de 5 letras podemos formar que tengan las mismas letras que la palabra BARRA. ¿Cuántas empiezan por A y terminan por R?
Solución: 30 y 6.
38. ¿De cuántas maneras se pueden introducir ocho tarjetas postales diferentes en ocho sobres de distintos colores, suponiendo que en un sobre no puede meterse más de una tarjeta?
Solución: 40.320
39. En una reunión hay 3 chicas y 7 chicos. a) ¿Cuántos grupos de cuatro personas podemos formar? ¿Y si en cada grupo hay dos chicos y dos chicas?
Solución: a) 210; b) 63.
40. Con las cifras 2, 3, 4, 5, 6 y 8, a) ¿cuántos números de tres cifras podemos formar?; ¿cuántos de ellos serán impares y mayores que 600?; b) ¿cuántos números de cuatro cifras distintas podemos formar que sean menores que 5.000 y terminen en 2?
Solución: a) 216 y 12; b) 24.
41. Tres matrimonios van al cine y se sientan en 6 butacas consecutivas.
 a) ¿De cuántas formas pueden colocarse?
 b) ¿Y si cada matrimonio se sienta ocupando dos butacas consecutivas?
 c) ¿Y si los tres maridos se sientan en butacas consecutivas y las esposas también?
Solución: a) 720; b) 48; c) 72.
42. El alfabeto de un país está formado por 24 letras. Además, en ese país las matrículas de los coches se forman con dos letras seguidas de cuatro dígitos.
 a) ¿Cuántos coches se pueden matricular con ese sistema?

- b) ¿Cuántas de las matrículas tienen las letras iguales y los números distintos?
Solución: a) 5.760.000; b) 120.960
43. Del número de teléfono de un amigo recordamos que empieza por 30 y que además tiene dos ceros, un cinco y dos nueves. ¿Cuántas llamadas tendremos que hacer como máximo para localizar a nuestro amigo?
Solución: 30
44. Con 5 vocales y 20 consonantes, ¿cuántas “palabras” de 6 letras, 3 vocales y 3 consonantes, se pueden formar de modo que no estén ni dos vocales ni dos consonantes seguidas no pudiendo repetir ninguna letra?
Solución: 820.800
45. Un bote de 8 remos va a ser tripulado por un grupo seleccionado de 11 hombres, de los cuales tres pueden llevar el timón, pero no pueden remar, y el resto pueden remar pero no llevar el timón. ¿De cuántas maneras puede ordenarse el grupo si dos de los hombres sólo pueden remar a babor?
Solución: 25.920
46. Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Se pide:
- El número de subconjuntos de A con tres elementos.
 - El número de subconjuntos de A con cuatro elementos.
 - El número de subconjuntos de A con tres elementos como máximo.
 - El número de subconjuntos de A con cuatro elementos como mínimo.
 - El número de subconjuntos de A con cuatro elementos, dos pares y dos impares.
 - ¿Cuántos números distintos de cuatro cifras pueden escribirse con las cifras de A de modo que empiecen y terminen en cifra impar, y que las restantes cifras sean números pares? De estos, ¿cuántos tienen todas sus cifras distintas?
- Solución: a) 35; b) 35; c) 64; d) 64; e) 18; f) 144 y 72.*
47. De 7 españoles y 4 franceses se va a elegir un comité de 6 personas. ¿De cuántas maneras puede formarse,
- de modo que haya exactamente dos franceses?
 - de modo que haya dos franceses como mínimo?
- Solución: a) 210; b) 371.*
48. En un banquete la mesa de la presidencia es rectangular y tiene siete cubiertos preparados, todos ellos a un mismo lado. ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse los siete comensales? ¿Y si la mesa hubiese sido redonda y la distancia entre dos cubiertos consecutivos, la misma para todos?
Solución: 5.040 y 720, respectivamente.
48. Hay dos obras de tres volúmenes cada una y otras dos de dos volúmenes cada una. ¿De cuántas maneras pueden colocarse los diez libros en un estante capaz para diez libros, si deben quedar de tal modo que no se separen los volúmenes de una misma obra?
Solución: 3.456.
49. En un estante de una librería capaz para 25 volúmenes, hay 7 ejemplares iguales de “El Quijote”, 8 ejemplares iguales de “La Celestina” y 10 ejemplares iguales de “La venganza de Don Mendo”. ¿De cuántas maneras diferentes pueden colocarse dichos libros?
Solución: 21.034.470.600
50. ¿Cuántas palabras de 7 letras distintas pueden escribirse con las letras de la palabra CADAQUES?
Solución: 5.040
51. ¿Cuántos modelos de billete de tren se deben imprimir para cubrir un trayecto de diez estaciones, si en cada estación ha de figurar la estación de salida en primer lugar, y la llegada en segundo lugar?
Solución: 90.

52. Una hormiga desea ir desde el extremo inferior izquierdo de un tablero de ajedrez, hasta el extremo superior derecho, recorriendo la mínima distancia posible y con la condición de pasar únicamente por los bordes de los cuadritos (nunca en diagonal). ¿De cuántas maneras distintas puede hacerlo?

Solución: 121.870 (Cada recorrido mínimo consta de 16 bordes: 8 h y ocho v).