

Derivadas:

TABLAS DE DERIVADAS:

Función simple		
Tipo	Función	Derivada
Constante	$f(x) = k$	$f'(x) = 0, k \in R$
Identidad	$f(x) = x$	$f'(x) = 1$
Potencial	$f(x) = x^a$	$f'(x) = a \cdot x^{a-1}$
Irracional	$f(x) = \sqrt[n]{x}$	$f'(x) = \frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{x^{n-1}}}$
Exponencial	$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
	$f(x) = a^x$	$f'(x) = a^x \cdot \ln a$
Logarítmica	$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
	$f(x) = \lg_a x$	$f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

Trigonómicas		
	Función	Derivada
Seno	$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$
	$f(x) = \sin f$	$f'(x) = \cos f \cdot f'$
Coseno	$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$
	$f(x) = \cos f$	$f'(x) = -\operatorname{sen} f \cdot f'$
Tangente	$f(x) = \tan x$	$f'(x) = 1 + \tan_a x = \frac{1}{\cos^2 x}$
	$f(x) = \tan f$	$f'(x) = (1 + \operatorname{tg}^2 f) \cdot f' = \frac{f'}{\cos^2 f}$

REGLAS DE DERIVACIÓN		
Suma	$(f + g)' = f' + g'$	La derivada de una suma de dos funciones es la suma de las derivadas de estas funciones.
Resta	$(f - g)' = f' - g'$	La derivada de una diferencia de dos funciones es la diferencia de las derivadas de estas funciones.
Producto	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$	La derivada del producto de dos funciones es igual a la derivada de la primera función por la segunda sin derivar más la primera función sin derivar por la derivada de la segunda.
Cociente	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$	La derivada del cociente de dos funciones es igual a la derivada de numerador por el denominador sin derivar menos el numerador sin derivar por la derivada del denominador y, todo ello, dividido por el denominador elevado al cuadrado.
Producto por un número	$(a \cdot f)' = a \cdot f'$	La derivada del producto de un número real por una función es igual al número real por la derivada de la función.
Composición	$[g(f(x))]' = g'(f(x)) \cdot f'(x)$	Regla de la cadena

Ejercicios de PAU. 2010. Aragón

Junio 2010. a) Derive las siguientes funciones: (1,5 puntos)

$$f(x) = \ln^2 x - \ln(\ln x), \quad g(x) = \ln \frac{x^2}{\sqrt{x+3}}, \quad h(x) = \sqrt{e^{3x} - \frac{5 + \ln x}{3x+5}}$$

b) Razone cuál es el dominio de la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 6}$. Calcule, si existen, los máximos y mínimos relativos de f en su dominio. (2 puntos)

Junio 2010. a) Derive las siguientes funciones: (1,5 puntos)

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^3} - \sqrt[3]{2x}}{\sqrt{x^3}}, \quad g(x) = \ln \frac{3x^2}{x-5}, \quad h(x) = e^{5x} + \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$$

b) Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{x+3}{x^2-3} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Estudie la continuidad de f en $x = 2$. Analice el crecimiento de la función $f(x)$ si $x > 2$. ¿Tiene f algún máximo o mínimo relativo si $x > 2$? (2 puntos)

Septiembre 2010. a) Derive las siguientes funciones: (1,5 puntos)

$$f(x) = \ln \frac{x^3}{\sqrt{x^2+2}}, \quad g(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+\sqrt{x}}, \quad h(x) = e^{\sqrt{x^2+1}}$$

b) Razone cuál es el dominio de definición de la función $f(x) = \frac{1}{x^2} + x^2$. Calcule, si existen, los máximos y mínimos relativos de f . ¿Tiene algún punto de inflexión? (2 puntos)

Septiembre 2010. a) Derive las siguientes funciones: (1,5 puntos)

$$f(x) = x \ln(x + \sqrt{x}), \quad g(x) = e^{x^3} \ln(x^2 + 1), \quad h(x) = \ln\left(e^x + \sqrt{\frac{x-1}{x}}\right)$$

b) Considere la función: $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & \text{si } -1 \leq x \leq 3 \\ \frac{2x}{x^2-6} & \text{si } 3 < x \leq 10 \end{cases}$

b1) Estudie la continuidad de f en $x = 3$. (0,75 puntos)

b2) Calcule la recta tangente a $f(x)$ en $x = 4$. (1,25 puntos)

Septiembre 2011.

1. Estudios realizados han permitido determinar que el nivel medio diario de monóxido de carbono, CO_2 , en el aire en partes por millón (ppm) en una ciudad, está relacionado con la población p expresada en miles de habitantes por la siguiente expresión $C(p) = \sqrt{\frac{p^2}{2} + 17}$. La evolución del tamaño de población en esta ciudad en t años se estima que está dado por la relación $p(t) = 3,1 + 0,1t^2$ en miles de habitantes. ¿Con qué rapidez estará variando la concentración de CO_2 en esta ciudad dentro de 3 años? (2 puntos)

2. Halle los máximos, mínimos y puntos de inflexión de la función $f(x) = (x-2)^2(x-1)$. Calcule sus intervalos de crecimiento y decrecimiento así como los de concavidad y convexidad. (2 puntos)